

التمرين الأول : (4 نقط)

- 1) حل في المجموعة C المعادلة: $Z^2 - 4Z + 8 = 0$ (E) (0.75 ن)
- 2) المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) , نعتبر النقط $A ; B ; C$ التي أحاقها على التوالي $a = -i$ و $b = 2 - 2i$ و $c = 2 + 2i$
- أ) حدد الرمز الأسّي للعدد b (0.5 ن)
- ب) بين أن $b^{1341} + c^{1341} = -2^{2012}$ (0.75 ن)
- 3) ليكن R الدوران الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$ ونضع $C' = R(C)$
- أ) حدد c' لحق النقطة C' (0.5 ن)
- ب) بين أن التمثيل العقدي للدوران R يكتب: $Z' = iZ - 1 - i$ (0.75 ن)
- ج- حدد معادلة المستقيم (Δ) صورة المستقيم $y = x$ بالدوران R (0.75 ن)

التمرين الثاني : (4 نقط)

يحتوي صندوق على 5 كرات خضراء مرقمة: 2,2,1,1,0 وعلى 4 كرات حمراء مرقمة: 2,1,1,0. نسحب في آن واحد 3 كرات من الصندوق نعتبر الأحداث التالية:

- A "سحي ثلاث كرات من نفس اللون"
- B "الحصول على ثلاثة أرقام مختلفة مثنى مثنى"
- C "توجد كرة على الأقل حمراء من بين الكرات المسحوبة"
- D "مجموع أرقام الكرات المسحوبة يساوي 3"
- E "مجموع أرقام الكرات المسحوبة يساوي 3 علما أنها من نفس اللون"
- 1) أحسب احتمال الحدث A وبين أن احتمال C هو $p(C) = \frac{37}{42}$ (1.5 ن)
- 2) أحسب احتمال الحدث B وبين أن احتمال D هو $p(D) = \frac{1}{3}$ (1.5 ن)
- 3) أحسب احتمال الحدث E (1 ن)

التمرين الثالث : (11 نقطة)

- الجزء (1) لتكن g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $g(x) = e^x - 2x$
- 1) أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ (1 ن)
- 2) أـ أحسب المشتقة $g'(x)$ وأنجز جدول تغيرات الدالة g (0.5 ن)
- بـ استنتج أن $(\forall x \in \mathbb{R}) g(x) > 0$ (0.5 ن)
- 3) بين أن $(\forall x \in \mathbb{R}) x(e^x - 1) \geq 0$ (0.5 ن)
- الجزء (2) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي: $f(x) = 2xe^x - 3x^2$
- 1) أـ أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (1 ن)
- بـ بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة (0.75 ن)
- جـ أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ (0.5 ن)
- 2) أـ بين أن $(\forall x \in \mathbb{R}) f'(x) = 2(x(e^x - 1) + g(x))$ (0.5 ن)
- بـ بين أن f تزايدية على \mathbb{R} ثم ضع جدول تغيراتها (1 ن)
- 3) أرسم المنحنى (C_f) (نقبل أن للمنحنى (C_f) نقطة انعطاف وحيدة أفصولها $\alpha = 0,3$ ونأخذ $f(\alpha) = 0,85$) (0.75 ن)
- الجزء (3) نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي: $U_0 = 2$ و $U_{n+1} = f(U_n)$
- 1) بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) U_n \geq 2$ (0.75 ن)
- 2) أـ بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) U_{n+1} \geq U_n^2$ (0.75 ن)
- (يمكن استعمال نتيجة السؤال 2) بـ الجزء (1))
- بـ تحقق أن $x^2 \geq 2x$ ($\forall x \geq 2$) واستنتج أن $(\forall n \in \mathbb{N}) U_{n+1} \geq 2U_n$ (1 ن)
- جـ بين أن المتتالية $(U_n)_n$ تزايدية. (0.5 ن)
- 3) بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) U_n \geq 2^{n+1}$ ثم حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ (1 ن)